

Хмельник С.И.

<https://orcid.org/0000-0002-1493-6630>

# Трехфазная электрическая машина и магнитное пересоединение

## Аннотация

Рассматриваются уравнения Максвелла для внутри-статорного пространства трехфазной электрической машины и явление магнитного пересоединения

## Оглавление

1. Вступление
  2. О методе решения уравнений Максвелла
  3. О скорости вращения электромагнитной волны
  4. Потоки энергии
  5. Электромагнитное пересоединение
- Литература

## 1. Вступление

Известен следующий опыт [2, 3]: «в перемотанный статор кладут шарик и кратковременно подают напряжение. Если всё нормально, то шарик начинает внутри вращаться, и как пуля вылетает из статора». Следовательно, в статоре вектор магнитной напряженности имеет радиальную, круговую и продольную составляющие. Вместе с ним должен существовать и вектор электрической напряженности с такими же составляющими. Ниже эти напряженности определяются на основе решения уравнений Максвелла.

## 2. О методе решения уравнений Максвелла

Рассмотрим систему уравнений Максвелла для вакуума, которая имеет вид

$$\operatorname{rot}(E) + \frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t} = 0, \quad (a)$$

$$\operatorname{rot}(H) - \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E}{\partial t} = 0, \quad (b)$$

$$\operatorname{div}(E) = 0, \quad (c)$$

$$\operatorname{div}(H) = 0. \quad (d)$$

где  $H, E$  - магнитная и электрическая напряженности соответственно. В системе цилиндрических координат  $r, \varphi, z$  эти уравнения имеют вид [1]:

$$\frac{E_r}{r} + \frac{\partial E_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = \frac{\mu}{c} \frac{dH_r}{dt}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{\mu}{c} \frac{dH_\varphi}{dt}, \quad (3)$$

$$\frac{E_\varphi}{r} + \frac{\partial E_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = \frac{\mu}{c} \frac{dH_z}{dt}, \quad (4)$$

$$\frac{H_r}{r} + \frac{\partial H_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{dE_r}{dt}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{dE_\varphi}{dt}, \quad (7)$$

$$\frac{H_\varphi}{r} + \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{dE_z}{dt}, \quad (8)$$

где  $E_r, E_\varphi, E_z$  - электрические напряженности,  $H_r, H_\varphi, H_z$  - магнитные напряженности. Мы будем искать эти функции в следующем виде:

$$H_r = h_r(r) \cos, \quad (9)$$

$$H_\varphi = h_\varphi(r) \sin, \quad (10)$$

$$H_z = h_z(r) \cos, \quad (11)$$

$$E_r = e_r(r) \sin, \quad (12)$$

$$E_\varphi = e_\varphi(r) \cos, \quad (13)$$

$$E_z = e_z(r) \sin, \quad (14)$$

где  $h(r), e(r)$  - некоторые функции координаты  $r$ ,

$$\cos = \cos(\alpha\varphi + \chi z + \omega t), \quad (15)$$

$$\sin = \sin(\alpha\varphi + \chi z + \omega t), \quad (16)$$

и  $\alpha, \chi, \omega$  - некоторые константы. Формально точно такая же задача возникает при описании конденсатора в цепи переменного тока [1]. Отличие состоит в том, что в конденсаторе известна напряженность  $E_z$ , а в данном случае известна напряженность  $H_r$ . Решение для конденсатора имеет следующий вид.

Известна функция

$$e_z = Ar^\alpha, \quad (17)$$

где  $A$  – некоторая константа. При данной функции  $e_z$  определяется производная функции  $e_r$  в виде

$$\dot{e}_r = -\frac{e_r}{r}(1 - \alpha) + \left(\frac{a^2}{2\chi r^2} + \chi\right)e_z, \quad (18)$$

а затем сама функция  $e_r$ . После этого определяется функция

$$e_\varphi = e_r - \frac{\dot{e}_z}{2\chi}. \quad (19)$$

Функции  $h_r, h_\varphi, h_z$  определяются по формулам вида

$$h_r = ke_r, \quad (21)$$

$$h_\varphi = -ke_\varphi, \quad (22)$$

$$h_z = -ke_z, \quad (23)$$

где

$$k = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}. \quad (24)$$

Кроме того, известна константа

$$\chi = \frac{\omega}{c} \sqrt{\mu\varepsilon}. \quad (25)$$

Таким образом, решение таково, что в области статора появляются электрические и магнитные напряженности, изменяющиеся по спирали. Обращаясь к эксперименту, описанному вначале, замечаем, что магнитные напряженности, изменяющиеся по спирали, заставляют шарик вращаться по винтовой линии и, в конце концов, вылетать из статора.

### 3. О скорости вращения электромагнитной волны

В [1] показано, что скорость вращения монохроматической электромагнитной волны

$$v_\varphi = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\omega}{\alpha} \quad (1)$$

или

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{\omega}{\alpha'}, \quad (2)$$

где  $T$  – время одного оборота, или

$$\frac{1}{T} = \frac{f}{\alpha'}, \quad (3)$$

где  $f$  – частота электромагнитного поля. Из конструктивных характеристик трехфазного статора следует, что число оборотов электромагнитного поля в секунду  $n$  связано с частотой  $f$  формулой вида

$$f = np = \frac{p}{T}, \quad (4)$$

где  $p$  - число пар полюсов. Из (3, 4) находим:

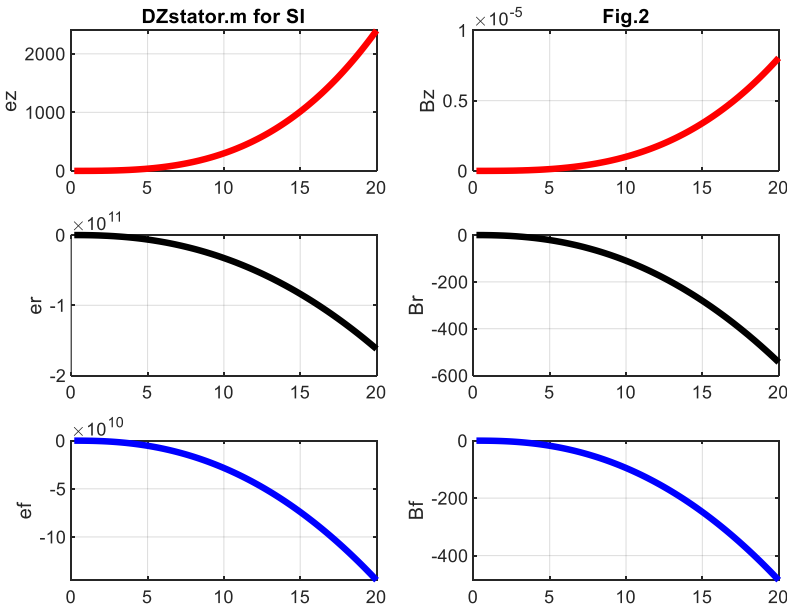
$$\alpha = p. \quad (5)$$

Пример 1.

На рис. 1 показаны графики функций

$$e_\varphi, e_r, e_z, B_\varphi = h_\varphi \mu_0, B_r = h_r \mu_0, B_z = h_z \mu_0$$

в зависимости от  $r$  при  $R = 0.2, \alpha = 3, \omega = 314$ , в системе СИ. Следует обратить внимание на то, что индукция  $B_r$ , создаваемая обмоткой статора, имеет начальную величину при  $r = R$ , убывает при уменьшении  $r$ . Величину  $A$  можно найти по известной индукции  $B_r$  при  $r = R$ . В этом примере при  $B_r = 0.54$  имеем  $A = 10^{-8}$ .



4. Потоки энергии

Известно, что плотность потока электромагнитной энергии – вектор Пойнтинга

$$S = \eta E \times H, \quad (1)$$

где

$$\eta = c/4\pi. \quad (2)$$

В цилиндрических координатах  $r, \varphi, z$  плотность потока электромагнитной энергии имеет три компоненты  $S_r, S_\varphi, S_z$ , направленные вдоль радиуса, по окружности, вдоль оси соответственно. Они определяются по формуле [1]:

$$S = \begin{bmatrix} S_r \\ S_\varphi \\ S_z \end{bmatrix} = \eta(E \times H) = \eta \begin{bmatrix} E_\varphi H_z - E_z H_\varphi \\ E_z H_r - E_r H_z \\ E_r H_\varphi - E_\varphi H_r \end{bmatrix}. \quad (3)$$

или, с учетом предыдущих формул,

$$S_r = \eta(e_\varphi h_z - e_z h_\varphi) \cos \cdot \sin, \quad (26)$$

$$S_\varphi = \eta(e_z h_r \cos^2 - e_r h_z \sin^2), \quad (27)$$

$$S_z = \eta(e_r h_\varphi \sin^2 - e_\varphi h_r \cos^2) \quad (28)$$

Из (26, 22, 23) следует, что

$$\begin{aligned} S_r &= \eta k (-e_\varphi e_z + e_z e_\varphi) \cos \cdot \sin = \\ &= \frac{1}{2} \eta k (-e_\varphi e_z + e_z e_\varphi) \sin(2(\alpha\varphi + \chi z + \omega t)) \end{aligned} \quad (29)$$

Это означает, что существует радиальный поток по всем радиусам.

Из (27, 21, 23) следует, что

$$S_\varphi = \eta k e_r e_z (\cos^2 + \sin^2) = \eta k e_r e_z, \quad (30)$$

т.е. плотность потока энергии по окружности на данном радиусе не зависит от времени и других координат.

Из (28, 21, 22) следует, что

$$S_z = \eta k e_r e_\varphi (\sin^2 + \cos^2) = \eta k e_r e_\varphi, \quad (31)$$

т.е. плотность потока энергии вдоль оси цилиндра при данном радиусе не зависит от времени и других координат. Эти утверждения и были целью предположений (21-23).

Вычислим с учетом приведенных формул продольный поток энергии через данное сечение провода:

$$\bar{S}_z = \iint_{\varphi, r} (S_z \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr) = \iint_{\varphi, r} (\eta k e_r e_\varphi d\varphi \cdot dr)$$

или

$$\bar{S}_z = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \int_0^R (r e_r e_\varphi dr) \quad (32)$$

Этот продольный поток возникает в каждом сечении и накапливается в сторону движения потока.

Выше в (29) мы обнаружили, что сумма радиальных потоков энергии равна нулю. Но физически поток энергии не может

исчезнуть. Следовательно, потоки следует складывать, как модули их величин. Сумма модулей встречных радиальных потоков является постоянной величиной на шаге спиралей функций напряженностей. В [1] показано, что этот шаг равен

$$\Lambda = \frac{2\pi\alpha}{\chi} r. \quad (33)$$

Из (29, 33) найдем суммарный радиальный поток на каждом шаге спирали:

$$S_{r\Lambda} = \Lambda \eta k e_z e_\varphi. \quad (34)$$

В соответствии с законом сохранения энергии этот суммарный радиальный поток с плотностью  $S_{r\Lambda}$  превращается в продольный поток с плотностью  $S_z$  в одном и том же сечении внутри-статорной области. Следовательно,

$$S_{r\Lambda} = S_z \quad (35)$$

или

$$\Lambda \eta k e_z e_\varphi = \eta k e_r e_\varphi. \quad (36)$$

или

$$\Lambda e_z = e_r. \quad (37)$$

Из этой формулы может быть найдена величина  $\alpha$ .

Весь поток энергии из статорной обмотки во внутри-статорную область, очевидно, равен

$$\bar{S}_r = \sum_1^{Z/\Lambda} S_{r\Lambda}(\alpha), \quad (38)$$

где  $Z$  - длина статора. При этом  $\alpha$  на каждом шаге сложения вычисляется по (37) в зависимости от величин, найденных на предыдущем шаге. Плотность продольного потока  $S_z$  на выходе из статора вычисляется по (31) при  $\alpha$ , найденном на последнем шаге сложения в (32). Наконец, весь поток продольный поток  $\bar{S}_z$  на выходе из статора вычисляется по (32)

Обозначим мощность, потребляемую обмоткой статора как  $P$ . Если пренебречь тепловыми потерями, то можно утверждать, что вся эта мощность  $P$  переходит в мощность  $\bar{S}_r$ , излучаемую во внутри-статорную область, и далее изучается в виде продольного потока  $\bar{S}_z$  на выходе из статора, т.е.

$$P = \bar{S}_r = \bar{S}_z. \quad (39)$$

Из (32, 39) находим:

$$P = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \int_0^R (r e_r e_\varphi dr) \quad (40)$$

Отсюда можно найти величину  $\alpha$ . Тем самым определяются все параметры продольного потока энергии на выходе из статора.  $S_r$

## 5. Электромагнитное пересоединение

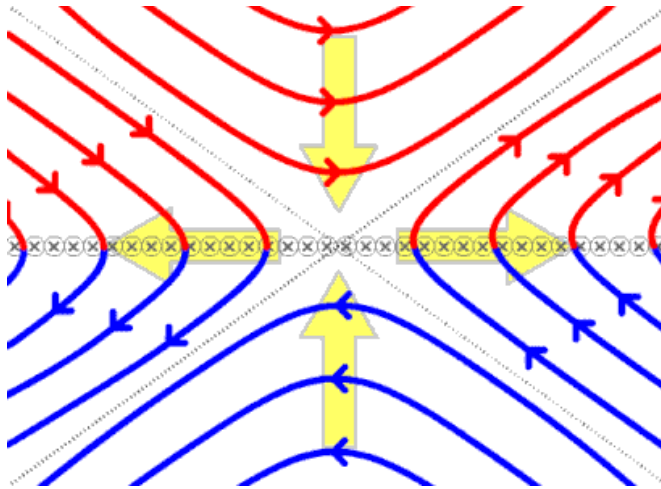


Рис. 1.

Итак, весь радиальный поток (38) из статорной обмотки преобразуется в продольный поток (32) на выходе из статора. Поток меняет направление на 90 градусов, сохраняя свою величину. Это явление похоже на магнитное пересоединение, наблюдаемое в астрономии [4] – см. рис. 1. Его объясняют тем, что в плазме силовые линии противоположно направленных магнитных полей сталкиваются. При этом образуются новые силовые линии. Предполагается, что противоположно направленные магнитные поля, сливаются, частично уничтожая друг друга и высвобождая магнитную энергию, направленную вдоль новых силовых линий. Однако в нашем случае видно, что «сталкивающиеся» радиальные потоки не уничтожаются и не создают новую энергию – все происходит в рамках закона сохранения энергии. Но в процессе участвуют не только магнитные поля, а и электромагнитные поля. Очевидно, что в рассматриваемом астрономическом явлении участвуют электромагнитные поля, т.к. переменные магнитные поля не могут существовать без электромагнитных полей. Следовательно, астрономическое «магнитное пересоединение» является на самом деле слиянием противоположно направленных электромагнитных потоков энергии и резким изменением направления суммарного

потока энергии. Важно подчеркнуть, что такие явления могут происходить без участия электрических частиц и магнитных диполей. Важно также отметить, что статор многофазных машин может быть устройством для лабораторных исследований электромагнитного пересоединения.

### Литература

1. Хмельник С.И. Непротиворечивое решение уравнений Максвелла, ред. 22, сс. 1–439, "MiC" - Mathematics in Computer Corp, <https://doi.org/10.5281/zenodo.5796182>
162. Опыт со стальным шариком в магнитном поле статора асинхронного двигателя,  
[https://www.youtube.com/watch?v= IHjeEJpVU](https://www.youtube.com/watch?v=IHjeEJpVU)
163. Форум сайта "Автоэлектрик для всех"  
<http://autodevice.ru/forum/index.php?s=fa784fcc53273c1d2f818b203418a7f8&act=ST&f=22&t=11094>
213. M. Hesse, P.A. Cassak. Magnetic Reconnection in the Space Sciences: Past, Present, and Future, 2019,  
<https://doi.org/10.1029/2018JA025935>