

Хмельник С.И.

[solik@netvision.net.il](mailto:solik@netvision.net.il)

<https://orcid.org/0000-0002-1493-6630>

## Новый подход к проектированию антенн

### Аннотация

Указываются недостатки известного решения уравнений Максвелла для сферической волны. Предлагается новое строгое решение этих уравнений. Это решение, будучи примененным в системах проектирования антенн, должно позволить более строго формализовать процесс проектирования антенн и должно повысить качество антенн.

### Оглавление

1. О недостатках существующих методов
  2. Новый подход
  3. Решение уравнений Максвелла в сферических координатах
  4. Выводы
- Таблицы  
Литература

### 1. О недостатках существующих методов

Решение уравнений Максвелла для сферической волны необходимо для проектирования антенн. Такая задача возникает при решении уравнений электродинамики для элементарного электрического диполя – вибратора. Решение этой задачи известно и именно на основе этого решения строятся антенны. Вместе с тем это решение обладает рядом недостатков, в частности [1-4],

1. закон сохранения энергии выполняется только в среднем,
2. решение неоднородно и практически необходимо разбивать его на отдельные зоны (как правило, ближнюю, среднюю и дальнюю), в которых решения оказываются полностью различными,
3. в ближней зоне отсутствует поток энергии с реальным значением

4. магнитная и электрическая составляющие синфазны,
5. в ближней зоне решение не является волновым (т.е. расстояние не является аргументом тригонометрической функции),
6. известное решение НЕ удовлетворяет системе уравнений Максвелла (решение, удовлетворяющее одному уравнению системы, нельзя считать решением системы уравнений).

На рис. 1 [4] показана картина силовых линий электрического поля, построенная на основе известного решения. Очевидно, что такая картина не может существовать в сферической волне.

Вдали от вибратора – в т.н. дальней зоне, где продольными (направленными вдоль радиуса) электрической и магнитной напряженностями можно пренебречь, решение задачи упрощается. Но и там известное решение обладает рядом недостатков [1-4]. Основные недостатки этого решения состоят в том, что

1. закон сохранения энергии выполняется только в среднем (по времени),
2. магнитная и электрическая составляющие синфазны,
3. в системе уравнений Максвелла в известном решении выполняется только одно уравнение из восьми, т.е. известное решение НЕ удовлетворяет системе уравнений Максвелла.

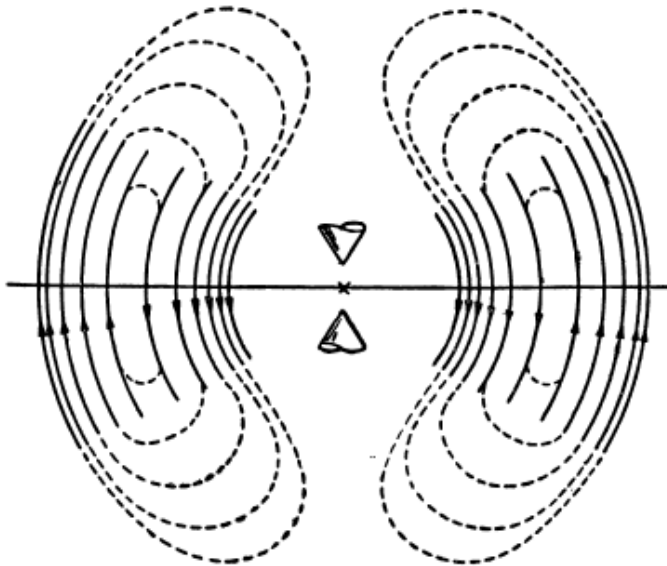


Рис. 1.

## 2. Новый подход

Указанные недостатки являются следствием того, что до настоящего времени не удавалось решить уравнения Максвелла для сферических координат. Известное решение получено после разбиения всей области на т.н. ближние, средние и дальние зоны и после применения множества предположений и допущений, различных для каждой из этих зон.

Практически эти недостатки известного решения означают, что они (математические решения) нестрого описывают реальные характеристики технических устройств. Строгое решение, полученное в [5], будучи примененным в системах проектирования таких устройств, безусловно, должно повысить их качество. Далее кратко описывается это решение.

## 3. Решение уравнений Максвелла в сферических координатах

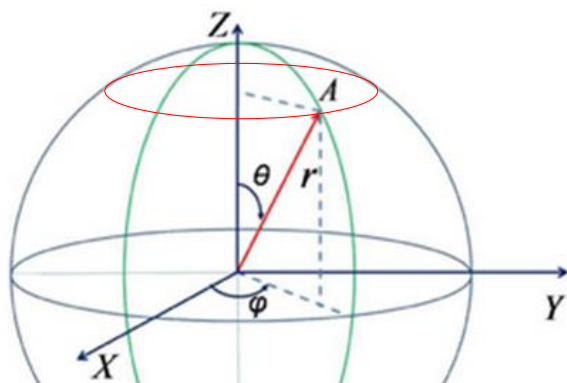


Рис. 2.

На рис. 2 показана система сферических координат  $(\rho, \theta, \varphi)$ . Далее формулы мы будем размещать в таблицах и использовать следующие обозначения:

$T(\text{номер\_таблицы})-(\text{номер\_столбца})-(\text{номер\_строки})$

В таблице **T1-3** приведены выражения для ротора и дивергенции вектора в этих координатах [6]. Здесь и далее

**E** - напряженность электрического поля,

**H** - напряженность магнитного поля,

**J** - плотность электрического тока смещения,

$M$  - плотность магнитного тока смещения,  
 $\mu$  - абсолютная магнитная проницаемость,  
 $\varepsilon$  - абсолютная диэлектрическая проницаемость.

Примем следующие обозначения:

$$\Psi(E_\rho) = \frac{E_\rho}{\rho} + \frac{\partial E_\rho}{\partial \rho} \quad (1)$$

$$T(E_\varphi) = \left( \frac{E_\varphi}{\operatorname{tg}(\theta)} + \frac{\partial(E_\varphi)}{\partial(\theta)} \right) \quad (2)$$

С учетом этих обозначений формулы в таблице **T1-3** принимают вид, приведенный в таблице **T1-4**. В таблице **T2-2** запишем уравнения Максвелла.

Итак, имеется 8 уравнений Максвелла с 6-ю неизвестными. Эта система является переопределенной. Приходится признать, что в сферической волне присутствуют радиальные напряженности. Однако и при этом система уравнений Максвелла остается переопределенной. Допустим еще, что существуют радиальные электрические токи смещения. Это допущение не снимает проблему переопределенности, но добавляет еще одну проблему. Дело в том, что сфера имеет идеальную симметрию и решение, очевидно, должно быть симметричным.

Напрашивается предположение о том, что существуют еще и радиальные магнитные токи смещения. Такое предположение не требует существования магнитных монополей также, существование электрических токов смещения не следует из существования электрических зарядов.

Итак, далее мы будем искать решение в виде функций  $E, H, J, M$ , представленных в таблице **T3-2**, где действительные функции вида  $g(\theta)$  и  $e(\rho), h(\rho), j(\rho), m(\rho)$  предстоит вычислить, а коэффициенты  $\alpha, \omega$  известны.

При этих условиях преобразуем формулы **T1-3** в **T1-4**, где приняты следующие обозначения:

$$\boxed{e_\varphi} = \frac{\partial(e_\varphi(\rho))}{\partial(\rho)}, \quad (3)$$

$$q = \chi\rho + \omega t \quad (4)$$

Из (2, 4) найдем:

$$T(E_\varphi) = \left( \frac{\sin(\theta)}{\operatorname{tg}(\theta)} + \cos(\theta) \right) e_\varphi \cos(q) = 2e_\varphi \cos(\theta) \cos(q) \quad (5)$$

Аналогично,

$$T(E_\theta) = 2e_\theta \cos(\theta) \sin(q) \quad (6)$$

$$T(H_\varphi) = 2h_\varphi \cos(\theta) \sin(q) \quad (7)$$

$$T(H_\theta) = 2h_\theta \cos(\theta) \cos(q) \quad (8)$$

С учетом этих обозначений формулы в таблице **T1-3** принимают вид, приведенный в таблице **T1-4**. В таблице **T2-2** запишем уравнения Максвелла с учетом радиальных токов смещения. Далее примем условие

$$\alpha = 0 \quad (9)$$

Подставим роторы и дивергенции из таблицы **T1-4** в уравнения **T2-2**, учтем условие (9). Тогда после громоздких преобразований уравнения из **T2-2** сокращаются и система уравнений принимает вид, показанный в таблице **T4-2**. Эта система уравнений имеет следующее решение:

$$\chi = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon \mu} \quad (10)$$

$$e_\varphi = A/\rho, e_\theta = A/\rho, \quad (11)$$

$$h_\varphi = -B/\rho, h_\theta = B/\rho, \quad (12)$$

$$\frac{B}{A} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \quad (13)$$

Здесь  $A$  и  $B$  – константы. Функции  $h_\rho, e_\rho$  являются решением дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\boxed{e_\rho} + \frac{2}{\rho} \boxed{e_\rho} + \chi^2 e_\rho - \frac{2A}{\rho^3} = 0, \quad (14)$$

$$\boxed{h_\rho} + \frac{2}{\rho} \boxed{h_\rho} + \chi^2 h_\rho - \frac{2B}{\rho^3} = 0. \quad (15)$$

После этого по уравнениям **T4-2.1, T4-2.5** могут быть найдены функции  $j_\rho(\rho), \bar{j}_\rho(\rho), m_\rho(\rho), \bar{m}_\rho(\rho)$ .

В частности, при  $\varepsilon = \mu$ , например, для вакуума, из предыдущих уравнений находим, что  $A=B$ , и

$$h_\rho = e_\rho. \quad (16)$$

В частности, при  $A=B$  и малой величине  $\chi$  эти функции принимают следующий вид:

$$h_\rho = e_\rho = -\frac{1}{\rho} (G + 2A \cdot \ln(\rho)), \quad (17)$$

$$\bar{h}_\rho = \bar{e}_\rho = \frac{D}{\rho}, \quad (18)$$

$$j_\rho = \frac{2A}{\rho^2} - \frac{\mu\omega}{c} \cdot \frac{D}{\rho}, \quad (19)$$

$$\bar{J}_\rho = -\frac{\mu\omega}{c} \cdot \frac{1}{\rho} (G + 2A \cdot \ln(\rho)), \quad (20)$$

$$m_\rho = -\frac{2B}{\rho^2} + \frac{\varepsilon\omega}{c} \cdot \frac{D}{\rho}, \quad (21)$$

$$\bar{m}_\rho = -\frac{\varepsilon\omega}{c} \cdot \frac{1}{\rho} (G + 2A \cdot \ln(\rho)). \quad (22)$$

Здесь  $G$  – константа, которая может принимать различные значения для функций  $e_\rho$  и  $h_\rho$ ;  $D$  – константа, которая может принимать различные значения для функций  $\bar{e}_\rho$  и  $\bar{h}_\rho$ .

#### 4. ВЫВОДЫ

Итак, система уравнений Максвелла в сферических координатах имеет решение представленное в таблице Т3-2, где неизвестные определяются по (10-15, Т4-2.1, Т4-2.5). Основные свойства этого решения состоят в следующем (см. рис. 3)

- a. Решение является монохроматическим.
- b. Существуют электрические и магнитные напряженности вдоль всех осей координат.
- c. Одноименные (по координатам  $\rho$ ,  $\varphi$ ,  $\theta$ ) электрические и магнитные напряженности сдвинуты по фазе на четверть периода.
- d. Амплитуды напряженностей поперечной волны пропорциональны  $\rho^{-1}$
- e. Существует продольная электромагнитная волна, имеющая электрическую и магнитную компоненты, т.е. существуют радиальные электрическая и магнитная напряженности.
- f. Поток энергии, направленный вдоль радиуса, сохраняет свою величину с увеличением радиуса и не зависит от времени, что соответствует закону сохранения энергии.
- g. Существуют радиальные электрические и магнитные токи смещения.

Более строгое решение указанной задачи, будучи примененным в системах проектирования антенн, должно позволить более строго формализовать процесс проектирования антенн и должно повысить качество антенн.

Таким образом, на основе найденного решения целесообразно начать разработку новой системы автоматизированного проектирования антенн.

На основе этой же теории может быть решена задача обнаружения положения источника излучения по измерению

напряженностей электромагнитного поля в ограниченной области радиолокатора.

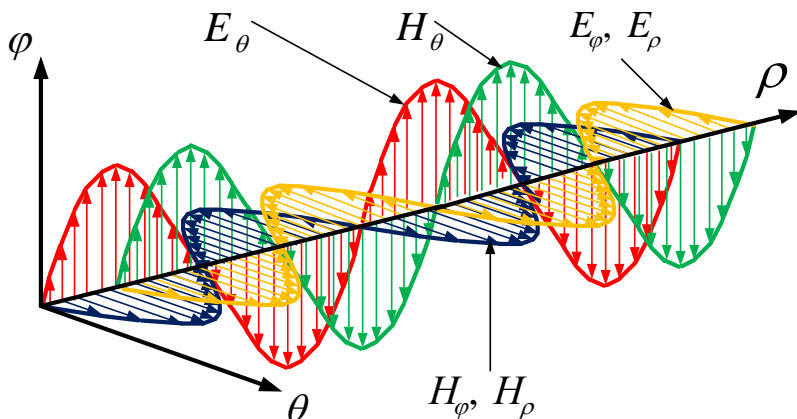


Рис. 3.

### Литература

1. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д. Техническая электродинамика. Под редакцией Ю.В. Пименова, Москва, 2002 г., 536 стр.
2. Ближние и дальние зоны электромагнитные поля, <http://lib.izdatelstwo.com/Papers2/BIZ.pdf>
3. Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Д.П. Современная теория и практические применения антенн. Под ред. Неганова В.А. Изд. «Радиотехника», Москва, 2009, 720 стр.
4. Щелкунов С.А., Фрис Г.Т. Антенны. Теория и практика - Москва: Советское радио, 1955, 604 с.
- 5- Хмельник С.И. Непротиворечивое решение уравнений Максвелла. Lulu Inc., ID 18555552, ISBN 978-1-329-96074-9, DOI: <http://doi.org/10.5281/zenodo.1309241>
4. Андре Анго. Математика для электро- и радиоинженеров, изд. «Наука», Москва, 1964, 772 с.

### Таблицы

Таблица 1.

1	2	3	4
1	$\text{rot}_\rho(E)$	$\frac{E_\varphi}{\rho g(\theta)} + \frac{\partial E_\varphi}{\rho \partial \theta} - \frac{\partial E_\theta}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi}$	$\frac{T(E_\varphi)}{\rho} - \frac{i\alpha E_\theta}{\rho \sin(\theta)}$
5	$\text{rot}_\rho(H)$	$\frac{H_\varphi}{\rho g(\theta)} + \frac{\partial H_\varphi}{\rho \partial \theta} - \frac{\partial H_\theta}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi}$	$\frac{T(H_\varphi)}{\rho} - \frac{i\alpha H_\theta}{\rho \sin(\theta)}$
2	$\text{rot}_\theta(E)$	$\frac{\partial E_\rho}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi} - \frac{E_\varphi}{\rho} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial \rho}$	$\frac{i\alpha E_\rho}{\rho \sin(\theta)} - \psi(E_\varphi)$
3	$\text{rot}_\varphi(E)$	$\frac{E_\theta}{\rho} + \frac{\partial E_\theta}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\rho \partial \varphi}$	$\psi(E_\theta) - \frac{i\alpha E_\rho}{\rho}$
6	$\text{rot}_\theta(H)$	$\frac{\partial H_\rho}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi} - \frac{H_\varphi}{\rho} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial \rho}$	$\frac{i\alpha H_\rho}{\rho \sin(\theta)} - \psi(H_\varphi)$
7	$\text{rot}_\varphi H$	$\frac{H_\theta}{\rho} + \frac{\partial H_\theta}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\rho \partial \varphi}$	$\psi(H_\theta) - \frac{i\alpha H_\rho}{\rho}$
4	$\text{div}(E)$	$\frac{E_\rho}{\rho} + \frac{\partial E_\rho}{\partial \rho} + \frac{E_\theta}{\rho g(\theta)} + \frac{\partial E_\theta}{\rho \partial \theta} + \frac{\partial E_\varphi}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi}$	$\psi(E_\rho) + \frac{T(E_\theta)}{\rho} + \frac{i\alpha E_\varphi}{\rho \sin(\theta)}$
8	$\text{div}(H)$	$\frac{H_\rho}{\rho} + \frac{\partial H_\rho}{\partial \rho} + \frac{H_\theta}{\rho g(\theta)} + \frac{\partial H_\theta}{\rho \partial \theta} + \frac{\partial H_\varphi}{\rho \sin(\theta) \partial \varphi}$	$\psi(H_\rho) + \frac{T(H_\theta)}{\rho} + \frac{i\alpha H_\varphi}{\rho \sin(\theta)}$



Таблица 2

1	2	3
1.	$\text{rot}_\rho(E) + \frac{\mu}{c} \frac{\partial H_\rho}{\partial t} - M_\rho = 0$	$\frac{T(E_\varphi)}{\rho} + \frac{i\omega\mu H_\rho}{c} - M_\rho = 0$
5.	$\text{rot}_\rho(H) - \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_\rho}{\partial t} - J_\rho = 0$	$\frac{T(H_\varphi)}{\rho} - \frac{i\omega\varepsilon E_\rho}{c} - J_\rho = 0$
2.	$\text{rot}_\theta(E) + \frac{\mu}{c} \frac{\partial H_\theta}{\partial t} = 0$	$-\Psi(E_\varphi) + \frac{i\omega\mu H_\theta}{c} = 0$
3.	$\text{rot}_\varphi(E) + \frac{\mu}{c} \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = 0$	$\Psi(E_\theta) + \frac{i\omega\mu H_\varphi}{c} = 0$
6.	$\text{rot}_\theta(H) - \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_\theta}{\partial t} = 0$	$-\Psi(H_\varphi) - \frac{i\omega\varepsilon E_\theta}{c} = 0$
7.	$\text{rot}_\varphi(H) - \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} = 0$	$\Psi(H_\theta) - \frac{i\omega\varepsilon E_\varphi}{c} = 0$
4.	$\text{div}(E) = 0$	$\Psi(E_\rho) + \frac{T(E_\theta)}{\rho} = 0$
8.	$\text{div}(H) = 0$	$\Psi(H_\rho) + \frac{T(H_\theta)}{\rho} = 0$

Таблица 3

1	2
	$E_\theta = e_\theta \sin(\theta) \cos(\chi\rho + \omega t)$
	$E_\varphi = e_\varphi \sin(\theta) \sin(\chi\rho + \omega t)$
	$E_\rho = \cos(\theta) \left( e_\rho \cos(\chi\rho + \omega t) + \bar{e}_\rho \sin(\chi\rho + \omega t) \right)$
	$J_\rho = \cos(\theta) \left( j_\rho \sin(\chi\rho + \omega t) + \bar{j}_\rho \cos(\chi\rho + \omega t) \right)$
	$H_\theta = h_\theta \sin(\theta) \sin(\chi\rho + \omega t)$
	$H_\varphi = h_\varphi \sin(\theta) \cos(\chi\rho + \omega t)$
	$H_\rho = \cos(\theta) \left( h_\rho \sin(\chi\rho + \omega t) + \bar{h}_\rho \cos(\chi\rho + \omega t) \right)$
	$M_\rho = \cos(\theta) \left( m_\rho \cos(\chi\rho + \omega t) + \bar{m}_\rho \sin(\chi\rho + \omega t) \right)$

Таблица 4

1	2
1.	$\frac{2}{\rho} e_\varphi - \frac{\mu}{c} \omega \bar{h}_\rho = j_\rho; \frac{\mu}{c} \omega h_\rho = \bar{j}_\rho$
5.	$\frac{2}{\rho} h_\varphi + \frac{\varepsilon}{c} \omega \bar{e}_\rho = m_\rho; \frac{\varepsilon}{c} \omega e_\rho = \bar{m}_\rho$
2.	$\boxed{e_\varphi} = -\frac{1}{\rho} e_\varphi; -\chi e_\varphi + \frac{\mu\omega}{c} h_\theta = 0$
6.	$\boxed{h_\varphi} = -\frac{1}{\rho} h_\varphi; \chi h_\varphi + \frac{\varepsilon\omega}{c} e_\theta = 0$
3.	$\boxed{e_\theta} = -\frac{1}{\rho} e_\theta; -\chi e_\theta - \frac{\mu\omega}{c} h_\varphi = 0$
7.	$\boxed{h_\theta} = -\frac{1}{\rho} h_\theta; \chi h_\theta - \frac{\varepsilon\omega}{c} e_\varphi = 0$
2.	$\boxed{e_\varphi} = -\chi e_\varphi - \frac{1}{\rho} e_\varphi + \frac{\mu\omega}{c} h_\varphi$
6.	$\boxed{h_\varphi} = \chi h_\varphi - \frac{1}{\rho} h_\varphi - \frac{\varepsilon\omega}{c} e_\theta$
3.	$\boxed{e_\theta} = \chi e_\theta - \frac{1}{\rho} e_\theta - \frac{\mu\omega}{c} h_\varphi$
7.	$\boxed{h_\theta} = -\chi h_\theta - \frac{1}{\rho} h_\theta + \frac{\varepsilon\omega}{c} e_\varphi$
4.	1 $\left(\frac{1}{\rho} e_\rho + \chi \bar{e}_\rho + \boxed{e_\rho}\right) + \frac{2}{\rho} e_\theta = 0$
	2 $\left(\frac{1}{\rho} \bar{e}_\rho - \chi e_\rho + \boxed{\bar{e}_\rho}\right) = 0$
8.	1 $\left(\frac{1}{\rho} h_\rho - \chi \bar{h}_\rho + \boxed{h_\rho}\right) + \frac{2}{\rho} h_\theta = 0$
	2 $\left(\frac{1}{\rho} \bar{h}_\rho + \chi h_\rho + \boxed{\bar{h}_\rho}\right) = 0$