Серия: **ФИЗИКА**

Хмельник С.И.
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1493-6630

Поток энергии и импульс статического электромагнитного поля

Аннотация

Существование потока энергии и импульса в электромагнитной волне доказывается аналитически благодаря тому, что электромагнитная энергия электромагнитной волны изменяется во времени. Поэтому применимость формул, полученных для любого поля, не очевидна. Ниже аналитически выводятся формулы для потока энергии и импульса статического электромагнитного поля.

Содержание

1. Введение

Существование потока энергии и импульса в электромагнитной волне доказывается аналитически благодаря тому, что электромагнитная энергия электромагнитной волны изменяется во времени. Энергия статического поля постоянна во времени. Поэтому применимость формул, полученных для любого поля, не очевидна. Ниже аналитически выводятся формулы для потока энергии и импульса статического электромагнитного поля.

2. Плотность потока энергии электромагнитного поля

2.1. Плотность потока энергии электромагнитной волны

Сначала рассмотрим известный метод получения формулы для плотности потока энергии электромагнитной волны [1, 2]. Плотность электрической и магнитной энергии волны

$$W_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}E^2, \tag{1}$$

$$W_m = \frac{\mu\mu_0}{2}H^2. \tag{2}$$

Суммарная плотность электромагнитной энергии волны

$$W = \frac{1}{2}\left(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2\right) \tag{3}$$

Поскольку

$$W_e = W_m \tag{3a}$$

из (1-3) имеем:

$$E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}. \tag{3b}$$

Следовательно,

$$W = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = EH\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} = EH/\mathrm{c}. \tag{3c}$$

Далее из (3) имеем:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2}E^2 + \frac{\mu\mu_0}{2}H^2\right) = \left(\varepsilon\varepsilon_0 E\frac{dE}{dt} + \mu\mu_0 H\frac{dH}{dt}\right). \tag{4}$$

Из уравнений Максвелла следует, что

$$\mathrm{rot(E)} = -\mu\mu_0\frac{dH}{dt}, \tag{5}$$

$$\mathrm{rot(H)} = \varepsilon\varepsilon_0\frac{dE}{dt}. \tag{6}$$

Следовательно,

$$\frac{dW}{dt} = \left(-E\mathrm{rot(H)} + H\mathrm{rot(E)}\right) \tag{7}$$

Закон сохранения энергии поля имеет вид

$$\frac{dW}{dt} = -\mathrm{div}(S). \tag{8}$$

Известна математическая зависимость вида

$$\mathrm{div(H \times E) = E \cdot rot(H) - H \cdot rot(E)}. \tag{9}$$

Из (7-9) следует, что

$$S = \mathrm{E \times H}. \tag{10}$$

Из (3b, 10) получаем

$$S = \mathrm{Wc}. \tag{10a}$$

2.2. Плотность потока энергии движущегося тела со статическим электромагнитным полем

Рассмотрим конструкцию, в которой электрет и магнит создают векторы E и H. Пример такой конструкции – электрет, перпендикулярный магниту показан на рис. 1а. На рис. 1в. показаны векторы скорости V, магнитной напряженности H, электрической напряженности E, потока энергии S.

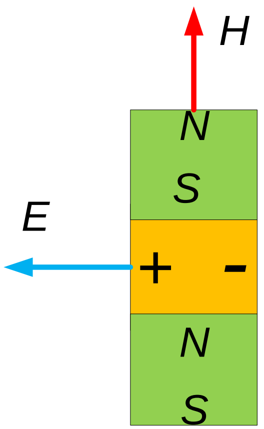

Рис. 1а.

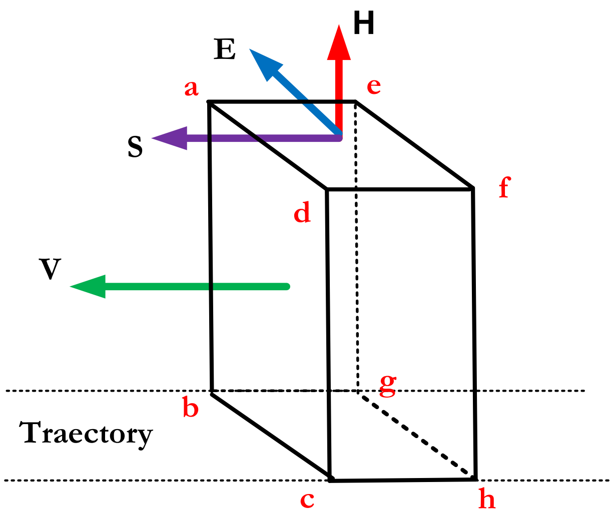

Рис. 1в.

В этой конструкции возникает статическое электромагнитное поле с плотностью электромагнитной энергии W. Если это тело движется со скоростью v, то и энергия движется с этой же скоростью. Согласно концепции Умова [3] это означает, что существует поток электромагнитной энергии с плотностью

$$S = Wv. \tag{11}$$

Перед лобовой поверхностью движущегося тела напряженности E и H изменяются во времени, т.е. существуют производные напряженностей $\left(\frac{dE}{dt}, \frac{dH}{dt}\right)$. Следовательно, плотность энергии W на лобовой поверхности тела удовлетворяют уравнению (4). Для сохранения энергии так же должна изменяться плотность других участков тела. Эти изменяющиеся напряженности удовлетворяют уравнениям Максвелла (5, 6). Из (4-6) следует, как показано в разделе 2.1, уравнение (10). Таким образом, в рассматриваемой конструкции выполняются условия (10, 11).

Поток энергии определяется как

$$\bar{S} = Sb, \tag{12}$$

где b – площадь поверхности, излучающей поток энергии. Поток $\bar{S}$ равен мощности P двигателя, который перемещает тело (при отсутствии трения). Следовательно,

$$S = \frac{P}{b}. \tag{13}$$

Из (11, 13) находим плотность электромагнитной энергии

$$W = \frac{P}{bv}. \tag{14}$$

и электромагнитную энергию тела

$$\bar{W} = WV = \frac{PL}{v}. \tag{15}$$

где $V = Lb$ – объем тела, L – длина тела. Из (15, 3) получаем:

$$\bar{W} = \frac{Lb}{2}\left(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2\right). \tag{16}$$

Кинетическая энергия тела

$$\overline{W_к} = V\frac{mv^2}{2}, \tag{17}$$

где m – масса тела. При отсутствии трения вся мощность двигателя расходуется на создание электромагнитной энергии. Следовательно,

$$\overline{W_к} = \bar{W} \tag{18}$$

Из (16-18) получаем:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{V}{2}\left(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2\right)$$

или

$$\frac{\rho v^2}{Vg} = \left(\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2\right) \tag{19}$$

Движущегося тело со статическим электромагнитным полем можно рассматривать как **движущийся пакет статического электромагнитного поля.** Энергия и поток энергии (т.е. мощность) этого пакета остается постоянной.

Мощность двигателя, перемещающего тело, частично является мощностью пакета, а частично может расходоваться на возмещение механических потерь и на другие нужды.

Формула (19) означает, что плотность механического энергии тела равна плотности электромагнитной энергии движущегося пакета статического электромагнитного поля. Таким образом, <u>в движущемся теле со статическим электромагнитным полем происходит преобразование механической энергии в электромагнитную энергию статического электромагнитного поля.</u>

В статическом потоке электромагнитной энергии нет преобразования магнитной энергии в электрическую и обратно и поэтому нет равенства между слагаемыми.

Пусть

$$\frac{E}{H} = \beta. \tag{20}$$

Из (19, 20) найдем:

$$\frac{\rho v^2}{g} = H^2\left(\varepsilon\varepsilon_o\beta^2 + \mu\mu_o\right). \tag{21}$$

или

$$\frac{\rho v^2}{g} = E^2\left(\varepsilon\varepsilon_o + \frac{\mu\mu_o}{\beta^2}\right). \tag{21a}$$

При $\beta < 10^{-3}$ имеем

$$\frac{\rho v^2}{g} \approx \mu\mu_o H^2 = BH. \tag{22}$$

При $\beta > 10^3$ имеем

$$\frac{\rho v^2}{g} \approx \varepsilon\varepsilon_o E^2 = DE. \tag{22a}$$

Пример 1.

В [7] предложено «Устройство для преобразования электромагнитного импульса в механический импульс», в котором создается такой пакет. В этом устройстве в движущемся магните создается электрическая напряженность

$$E = vB = vH\mu\mu_o. \tag{23}$$

Тогда

$$\beta = \frac{E}{H} = v\mu\mu_o. \tag{24}$$

Из (21a, 23) найдем:

$$\frac{\rho v}{g} = E^2\left(\varepsilon\varepsilon_o + \frac{\mu\mu_o}{\beta^2}\right) = E^2\left(\varepsilon\varepsilon_o + \frac{\mu\mu_o}{(v\mu\mu_o)^2}\right) = \varepsilon\varepsilon_o E^2\left(1 + \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_o\mu\mu_o v^2}\right) = \varepsilon\varepsilon_o E^2\left(\left(\frac{c}{v}\right)^2 + 1\right) \approx \varepsilon\varepsilon_o E^2\left(\frac{c}{v}\right)^2. \tag{25}$$

Из (21, 23) найдем:

$$\frac{\rho v^2}{g} = H^2(\varepsilon\varepsilon_o\beta^2 + \mu\mu_o) = \mu\mu_o H^2(\varepsilon\varepsilon_o\mu\mu_o v^2 + 1) = = \mu\mu_o H^2\left(\left(\frac{v}{c}\right)^2 + 1\right) \approx \mu\mu_o H^2 = HB. \tag{26}$$

Из (25, 26) найдем:

$$\frac{\rho v^2}{g} \approx \varepsilon\varepsilon_0 E^2 \left(\frac{c}{v}\right)^2 \approx \mu\mu_0 H^2. \tag{26a}$$

Найдем еще

$$\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \varepsilon\varepsilon_0 \left(vH\mu\mu_0\right)^2 = H^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2, \tag{27}$$

т.е. величиной электрической энергии можно пренебречь, т.е. плотность энергии пакета

$$W = HB. \tag{28}$$

Заметим еще, что из (23, 28) следует:

$$S = EH = vBH, \tag{29}$$

что совпадает с формулой (11).

2.3. Плотность потока энергии статического электромагнитного поля

Формулу (10) можно применить для статического электромагнитного поля. Фейнман в [1] описывает умозрительный эксперимент, в котором электрический заряд и магнит расположены рядом. Утверждается, что в следствии (10) вокруг этой пары циркулирует поток электромагнитной энергии. Другой пример – провод постоянного тока, который создает статическое электромагнитное поле. В этом поле также циркулирует поток электромагнитной энергии, объясняемый существованием зависимости (10). Однако отсутствует доказательство применимости формулы (10) для статического электромагнитного поля.

Снова воспользуемся формулой (11). В статическом электромагнитном поле нам известна плотность электромагнитной энергии W и плотность потока электромагнитной энергии S. Поэтому мы можем определить скорость потока энергии

$$v = W/S. \tag{30}$$

В [8] на основе существования потока электромагнитной энергии в статическом поле обосновываются некоторые явления. В [8, глава 5] на этой основе доказывается, что поток энергии в проводе постоянного тока движется внутри провода (а не вне его). В [8, глава 5а] на этой основе объясняется функционирование двигателя Мильроя. В [8, глава 7] на этой основе показывается, что в заряженном конденсаторе циркулирует поток электромагнитной энергии и этим объясняется природа потенциальной энергии конденсатора.

3. Импульс электромагнитного поля

3.1. Импульс электромагнитной волны

Сначала рассмотрим известный метод получения формулы для плотности импульса электромагнитной волны [4]. Плотность импульса определена из предположения, что энергия электромагнитной плоской волны, падающей перпендикулярно на плоскую поверхность некоторого слабо проводящего тела со значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей, равными единице, превращается в тепловую энергию тока, возбуждаемого в этом теле этой волной. При этом получается, что

$$J_0 = \mathrm{W/c}. \tag{31}$$

Важно отметить, что J_0 – скалярная величина, а не вектор.

В систему уравнений Максвелла сам Максвелл включал уравнение вида [5].

$$B = \mathrm{rot(A)}. \tag{32}$$

Величину *A* Максвелл называет либо электромагнитным импульсом в точке, либо вектор-потенциалом электрических токов. В настоящее время это уравнение не включается в список первоначальных уравнений, а выводится из уравнения

$$\mathrm{div(B)} = 0 \tag{33}$$

и известного тождества

$$\mathrm{div}\big(\mathrm{rot(A)}\big) = 0 \tag{34}$$

Величину A называют векторным потенциалом, а электромагнитным импульсом называют то, что имеет размерность механического электромагнитного импульса, и определено выше. Что имел в виду Максвелл, говоря об «электромагнитном импульсе в точке» остается неясным. Можно предположить, что Максвелл не успел закончить мысль. В 80-х годах прошлого столетия говорили о том, что «рукой Максвелла писал сам Бог» [6].

Умножим векторно обе части уравнения (32) на электрическую индукцию D. Тогда получим:

$$B \times D = \mathrm{rot}(\mathrm{A} \times D). \tag{35}$$

Можно заметить, что эти величины имеют размерность плотности импульса. Поэтому мы будем в дальнейшем называть плотностью электромагнитного поля **вектор-импульс**

$$J = \mathrm{rot}(\mathrm{A} \times D), \tag{36}$$

а величину (31) – **модулем этого вектора**. Итак, из (35, 36) получаем:

$$J = B \times D. \tag{37}$$

Электрическая и магнитная индукции

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E, \ B = \mu\mu_0 H. \tag{38}$$

Из (36, 37 10) получаем:

$$\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0 S = J \tag{39}$$

или получаем известную формулу

$$\frac{S}{c^2} = J. \tag{40}$$

Импульс распространяется вместе с потоком энергии с одной и той же скоростью.

3.2. Импульс движущегося тела со статическим электромагнитным полем

Итак, импульс распространяется со скоростью потока энергии и определяется по (40). Это соотношение может быть распространено на любую скорость потока. Следовательно оно может быть применено для потока статического электромагнитного поля, существующего в теле, движущемся со скоростью v. В этом случае

$$J = \frac{S}{v^2}. \tag{41}$$

Из (41, 30) получаем:

$$J = \frac{Wv}{v^2}. \tag{42}$$

Из (41, 11) получаем:

$$J = \frac{S}{v^2} = \frac{Wv}{v} = \frac{W}{v}. \tag{43}$$

Электромагнитный импульс

$$\bar{J} = JV, \tag{44}$$

где V – объем электромагнитного поля. Предположим, что объем V и объем тела совпадают. Тогда из (43, 44) найдем:

$$\bar{J} = \frac{W}{v}V. \tag{45}$$

Из закона сохранения импульса следует, что при появлении электромагнитного импульса тело приобретает противоположно направленный механический импульс

$$\bar{M} = -\bar{J}. \tag{46}$$

Следовательно, вектор $\bar{M}$ имеет направление вектора $(-S)$, его модуль

$$|\bar{M}| = \frac{W}{v}V. \tag{47}$$

или

$$|\overline{M}| = \frac{\overline{W}}{v}, \tag{48}$$

где электромагнитная энергия тела

$$\overline{W} = WV. \tag{49}$$

Пример 2.

Продолжим пример 1. Из (17, 18) найдем

$$\overline{W} = \overline{W_к} = \frac{Vmv^2}{2} \tag{50}$$

Из (48, 50) найдем

$$|\overline{M}| = \frac{Vmv}{2}. \tag{51}$$

3.3. Импульс статического электромагнитного поля

В этом случае из (30, 41) получаем

$$J = \frac{S}{v^2} = \frac{S}{(S/W)^2} = \frac{W^2}{S}. \tag{52}$$

Таким образом, даже в неподвижном статическом электромагнитном поле существует электромагнитный импульс. Как уже говорилось, из закона сохранения импульса следует, что при появлении электромагнитного импульса тело приобретает противоположно направленный механический импульс

$$\overline{M} = -\overline{J}. \tag{53}$$

Следовательно, в неподвижном теле со статическим электромагнитным полем существует механический импульс.

Пример 3.

Рассмотрим рис. 2, где показан электропроводный магнит длиной *L* с индукцией *B*, по которому течет ток *I*. При этом должна возникнуть сила Ампера

$$F_A = \mathrm{L} \cdot I \times B \tag{54}$$

или эквивалентная ей сила Лоренца

$$F_L = \mathrm{q} \cdot v \times B. \tag{54a}$$

Эксперименты показывают, что эта сила отсутствует.

Напряженности электрического и магнитного поля в этом магните определяются как

$$E = \mathrm{r} \cdot I, \tag{55}$$

$$H = \mu B, \tag{56}$$

где r,· μ - сопротивление и абсолютная магнитная проницаемость магнита. Из (10, 54-56) находим плотность потока электромагнитной энергии:

$$S = \mathrm{E} \times \mathrm{H} = \mu\mathrm{r} \cdot B \times I = -\frac{\mu\mathrm{r}}{\mathrm{L}} F. \tag{57}$$

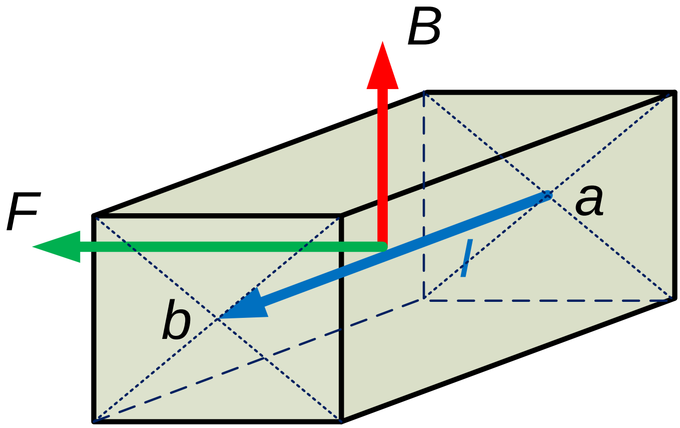

Рис. 2.

Из формулы (58) следует, что на магнит действуют два противоположно направленных импульса:

1. электромагнитный импульс J, зависящий от потока электромагнитной энергии S по (52), и приложенный к свободным электронам тока;
2. механический импульс M, зависящий от силы Ампера F и приложенный к атомам тела магнита.

Поскольку эти импульсы равны, противоположно направлены (см. (53)) и действуют на элементы одного и того же тела, то магнит остается в покое.

Пример 4.

Рассмотрим униполярный двигатель Фарадея и выделим в нем радиус, присоединенный в данный момент к контакту. Этот радиус можно рассматривать как постоянный электропроводный магнит (показанный на рис. 2) присоединенный точкой «a» к контакту и точкой «b» к оси.

1. Если контакт во время вращения диска постоянно прикреплен к данному радиусу, то на этот радиус не будет действовать сила.

2. Если же контакт скользит по периферии диска, то на радиус, соединенный с контактом, действует сила.

Эти факты установлены экспериментально и формулируются как парадокс униполярного двигателя. Эксперимент 1 объясняется в примере 3. Эксперимент 2 можно объяснить следующим образом.

В этом случае также, как и в примере 3),

1. электромагнитный импульс J приложенный к свободным электронам тока;
2. механический импульс M, приложенный к атомам тела магнита (диска).

В данном случае тело магнита не связано жестко с линией тока, т.е. со свободными электронами – механический импульс движет магнит в сторону от линии тока и в направлении, противоположном направлению вращения магнита.

Литература

1. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. Электродинамика. Москва, изд. "Мир", 1966.
2. Плотность энергии электромагнитного поля, https://helpiks.org/6-65087.html;
3. Умов Н.А. Уравнения движения энергии в телах. - Одесса: Типография Ульриха и Шульце, 1874. - 56 с. http://izdatelstwo.com/clicks/clicks.php?uri=lib.izdatelstwo.com/Papers2/Umow.pdf
4. Энергия и импульс электромагнитного поля, http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom4/ch1/texthtml/ch1_2.htm
5. Джеймс Клерк Максвелл. Трактат об электричестве и магнетизме. Том 2. Москва. «Наука».1989
6. https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_Maxwell%27s_equations.
7. S.I. Khmelnik. Device for converting electromagnetic momentum to mechanical momentum, https://patentscope.wipo.int/search/ru/detail.jsf?docId=WO2019145942
8. С.И. Хмельник. Непротиворечивое решение уравнений Максвелла, http://doi.org/10.5281/zenodo.2657362